

1. kolokvij (A)

Matematičke metode fizike 1

7.11.2009.



- (25) Tlak zraka na površini u području ($0m < x < 3km, 0m < y < 3km$) našeg referentnog sustava ovisno o koordinatama položaja iznosi $p(x, y) = 1bar + (x^3 + 3xy^2)km^{-3}Pa - (15x + 12y)km^{-1}Pa$. Odredite točke u kojima tlak poprima lokalne maksimume i minimume te iznose tlaka u tim točkama.
- (15) Odredite kosinuse smjerova vektora okomitog na površinu sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 75$ u točki (5,5,5).
- (30) Vektorsko polje \vec{F} ima skalarne komponente $F_x = x - y^2 + z^2, F_y = y - z^2 + x^2, F_z = z - x^2 + y^2$. Odredite vektor $\vec{A} = (\nabla \vec{F}) \cdot (\nabla \times \vec{F})$ i skalarno polje Φ , za koje je $\vec{A} = \nabla \Phi$ i $\Phi(0,0,0) = 25$.
- (20) Ako je $f(x, y, z) = \ln \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$, gdje su $x(s) = s; y(s, t) = \ln(st); z(s, t) = \frac{e^{2s}}{\arctg(\log_2(\text{ch } t))}$, odredite:
a) diferencijal drugog reda funkcije $f(x, y, z)$; b) $\frac{\partial f}{\partial s}$.
- (10) Dokažite $\nabla(\Phi\Psi) = \Psi\nabla\Phi + \Phi\nabla\Psi$.

1. kolokvij (B)

Matematičke metode fizike 1

7.11.2009.



- (25) Brzina čestice, koja se giba u xy ravnini na konstantnoj udaljenosti od ishodišta $10^{-3}m$, ovisno o položajima (x,y) iznosi $v(x, y) = 5mms^{-1} - \frac{x}{0.25s} - \frac{y}{\frac{1}{3}s}$. Odredite položaje u kojima čestica ima maksimalnu i minimalnu brzinu te iznose tih brzina.
- (15) Izračunajte derivaciju funkcije $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^3$ u smjeru vektora $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ u točki (3, -6, $-\sqrt{2}$).
- (30) Zadano je vektorsko polje $\vec{F} = 2xz\hat{i} + 2yz^2\hat{j} + (x^2 + 2y^2z - 1)\hat{k}$. Izračunajte $\nabla \times \vec{F}$, pronađite skalarno polje Φ za koje vrijedi $\vec{F} = \nabla\Phi$ i $\Phi(0,0,0) = 0$ i odredite njegov laplasijan.
- (20) Ako je $f(x, y) = x \cdot \sin y$, gdje su $x(u, w) = u \cdot w; y(u, w) = \frac{u}{w}$, odredite:
a) diferencijal drugog reda funkcije $f(x, y)$; b) $\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial f}{\partial w} \right)$.
- (10) Dokažite $\nabla(\Phi\vec{A}) = \vec{A}\nabla\Phi + \Phi\nabla\vec{A}$.